

**Model Penyebaran Penyakit Menular MERS-CoV:
Suatu Langkah Antisipasi Untuk Calon Jamaah Umrah/Haji Indonesia**



Disusun Oleh:

Benny Yong, S.Si., M.Si.

Livia Owen, S.Si., M.Si.

Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat

Universitas Katolik Parahyangan

2015

DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	3
BAB I. PENDAHULUAN.....	4
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	8
BAB III. METODE PENELITIAN	11
BAB IV. JADWAL PELAKSANAAN	12
BAB V. HASIL DAN PEMBAHASAN	11
BAB VI. KESIMPULAN DAN SARAN	22
DAFTAR PUSTAKA	13

ABSTRAK

MERS-CoV (Middle East Respiratory Syndrome-Corona Virus) adalah suatu strain baru virus Corona yang belum pernah ditemukan menginfeksi manusia sebelumnya. Virus ini pertama kali ditemukan di Arab Saudi pada tahun 2012. Berdasarkan laporan WHO (*World Health Organization*), sejak September 2012 sampai 10 Juni 2015, telah ditemukan 1.257 kasus konfirmasi *MERS-CoV* dengan 448 orang mengalami kematian (*CFR (Case Fatality Rate)*: 35,64%). *MERS-CoV* mulai berjangkit di Arab Saudi dan menyebar ke Eropa serta dapat pula menyebar ke negara lain, termasuk Indonesia. Satu warga negara Indonesia yang terinfeksi *MERS-CoV* telah meninggal dunia pada April 2014 lalu. Sampai saat ini belum tersedia vaksinasi untuk *MERS-CoV*.

Banyak warga negara Indonesia yang berada di Arab Saudi, sebagai tenaga kerja yang menetap dalam waktu relatif lama atau sebagai jamaah umrah/haji yang waktunya relatif singkat. Direktorat Jenderal Pengendalian Penyakit dan Penyehatan Lingkungan, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia telah menyusun Pedoman Umum Kesiapsiagaan Menghadapi *MERS-CoV* sebagai upaya untuk memberikan arahan antisipasi dan respon klinis menghadapi *MERS-CoV* yang menjadi ancaman kesehatan masyarakat di Indonesia pada khususnya. Penyakit ini berpotensi menyebar di Indonesia, mengingat jumlah jamaah umrah/haji asal Indonesia cenderung meningkat setiap tahunnya, untuk itu perlu dilakukan suatu langkah antisipasi.

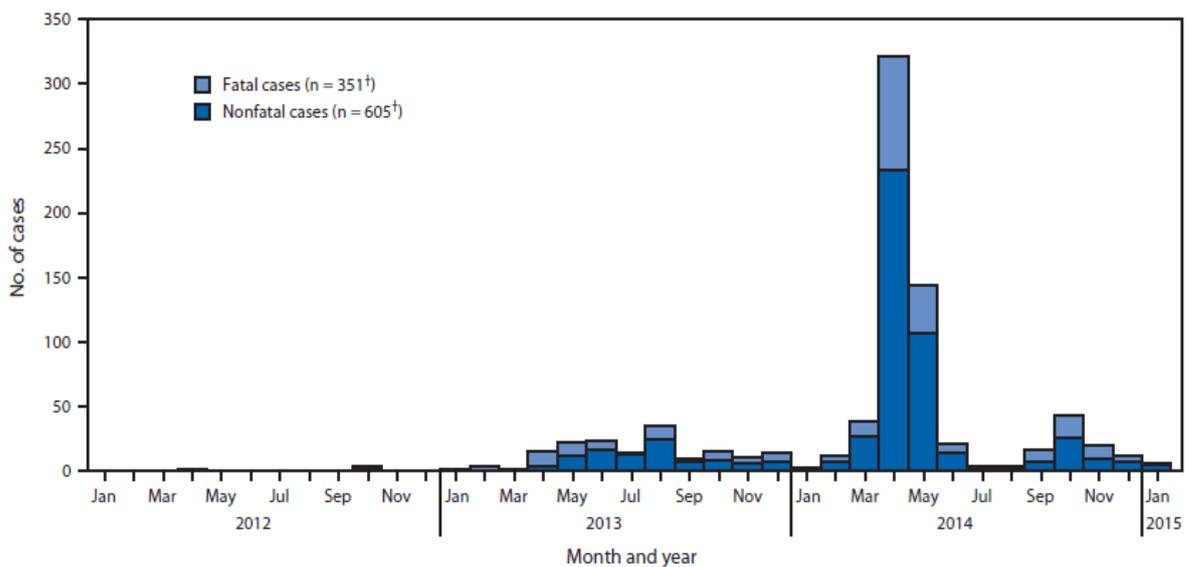
Pemodelan matematika telah banyak digunakan untuk membantu pemahaman fenomena tentang penyebaran penyakit menular. Model matematika yang dibentuk dapat digunakan untuk mensimulasikan berbagai skenario pengendalian epidemi penyakit menular. Pada usulan penelitian ini akan dikaji tentang dinamika populasi dari model penyebaran penyakit *MERS-CoV* sebagai suatu langkah antisipasi untuk calon jamaah umrah/haji Indonesia. Model yang akan digunakan adalah model epidemiologi *Susceptible-Infectious human to human* untuk dua wilayah. Dari model yang dibentuk, diperoleh titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar. Pencarian bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan matriks generasi dilakukan untuk melihat akibat dari faktor yang dapat dikontrol dan faktor yang tidak dapat dikontrol dimana hal ini berpengaruh terhadap tingkat endemisitas. Kontrol parameter pada model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* diharapkan dapat mencegah penyebaran penyakit menular ini di Indonesia.

Kata Kunci: *MERS-CoV*, model deterministik, matriks generasi, bilangan reproduksi dasar

BAB I. PENDAHULUAN

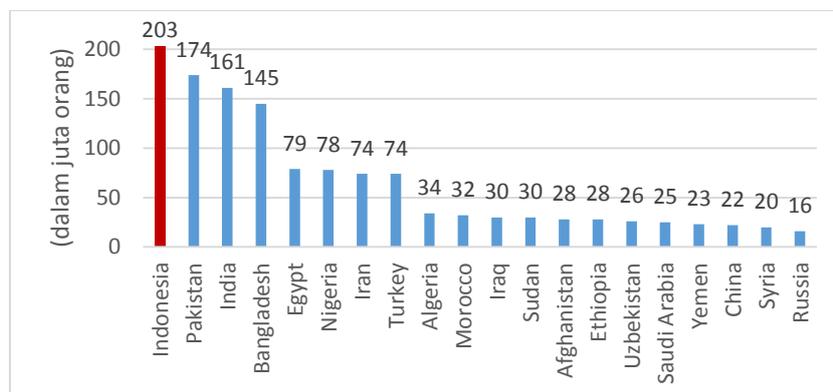
Middle East Respiratory Syndrome-Corona Virus atau biasa disingkat *MERS-CoV* disebabkan oleh infeksi virus Corona, salah satu jenis virus yang masih berkerabat dengan virus penyebab *SARS* (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2013). *MERS-CoV* adalah suatu strain baru virus Corona yang belum pernah ditemukan menginfeksi manusia sebelumnya. Belum diketahui dengan jelas asal mula virus ini menyebar, namun beberapa peneliti menduga bahwa penyebaran virus ini berasal dari salah satu jenis kelelawar yang banyak ditemukan di kawasan Timur Tengah. Berbeda dengan penyakit menular *SARS* yang sudah lama hilang kabarnya, penyakit menular *MERS-CoV* muncul kembali karena belum ada suatu cara kontrol yang tepat terhadap penyakit ini. Sampai saat ini juga belum tersedia vaksin untuk penyakit menular *MERS-CoV*.

Berdasarkan laporan *European Centre for Disease Prevention and Control (ECDC)*, sejak September 2012 sampai dengan 10 Juni 2015, telah ditemukan 1.257 kasus konfirmasi *MERS-CoV* dengan 448 orang mengalami kematian, artinya tingkat kematian atau *case fatality rate (CFR)* cukup tinggi yaitu 35,64%. Dari data WHO, ditulis bahwa lebih dari 85% kasus penyakit menular *MERS-CoV* ini berasal dari Arab Saudi.



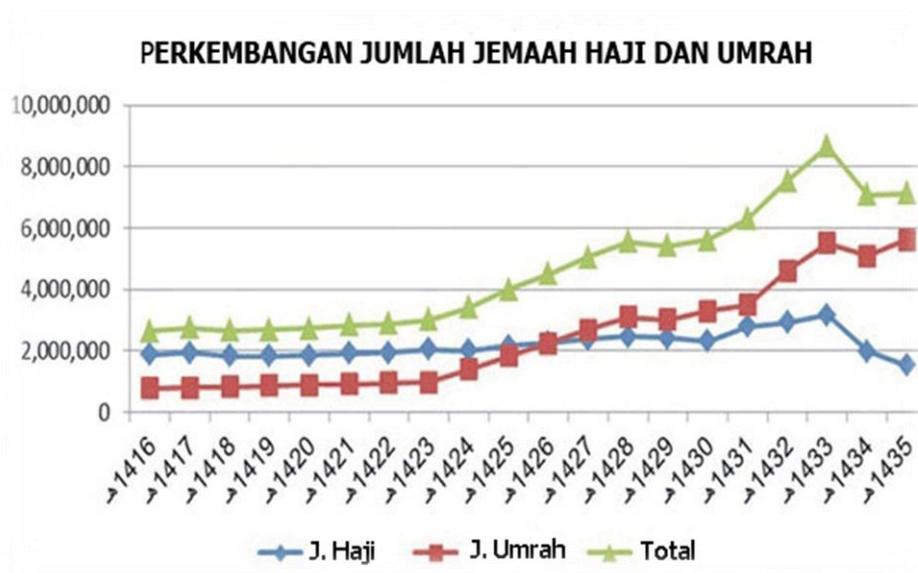
Gambar 1. Banyaknya kasus *MERS-CoV* yang tercatat di WHO dari 2012-2015
(<http://www.cdc.gov/mmwr/preview/mmwrhtml/mm6403a4.htm>)

Banyak warga negara Indonesia yang berada di Arab Saudi sebagai tenaga kerja yang menetap dalam waktu relatif lama atau sebagai jamaah umrah/haji yang waktunya relatif singkat. Direktorat Jenderal Pengendalian Penyakit dan Penyehatan Lingkungan di bawah koordinasi Kementerian Kesehatan Republik Indonesia telah menyusun Pedoman Umum Kesiapsiagaan Menghadapi *MERS-CoV* sebagai upaya untuk memberikan arahan antisipasi dan respon klinis menghadapi *MERS-CoV* yang menjadi ancaman kesehatan masyarakat di Indonesia pada khususnya. Penyakit ini berpotensi untuk menyebar di Indonesia, mengingat jumlah jamaah umrah/haji asal Indonesia cenderung meningkat setiap tahunnya, untuk itu perlu dilakukan suatu langkah antisipasi. Seperti diberitakan pada Majalah TEMPO, satu warga negara Indonesia yang telah lama tinggal di Arab Saudi meninggal dunia pada bulan April 2014 yang lalu akibat penyakit menular *MERS-CoV*. Walaupun WNI tersebut bukan jamaah umrah/haji, tetapi tidak dapat dipungkiri penyakit menular *MERS-CoV* ini akan berpotensi besar menyebar juga ke Indonesia jika tidak ada penanganan segera dari pengambil kebijakan.



Gambar 2. Jumlah umat Islam berdasarkan asal negara

Pada bulan Mei-Juni 2015, dunia dikejutkan dengan berita menyebarnya virus *MERS-CoV* ke Asia, yaitu di Korea Selatan. Sampai dengan tanggal 16 Juni 2015, WHO mencatat sudah ada 161 kasus yang terkonfirmasi penyakit menular *MERS-CoV* dan 19 orang diantaranya meninggal dunia. Seperti yang diberitakan oleh ECDC, penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* ke Korea Selatan diduga penyebabnya dari seorang pria yang sebelumnya pergi ke Bahrain, Uni Emirat Arab, Arab Saudi, dan Qatar.



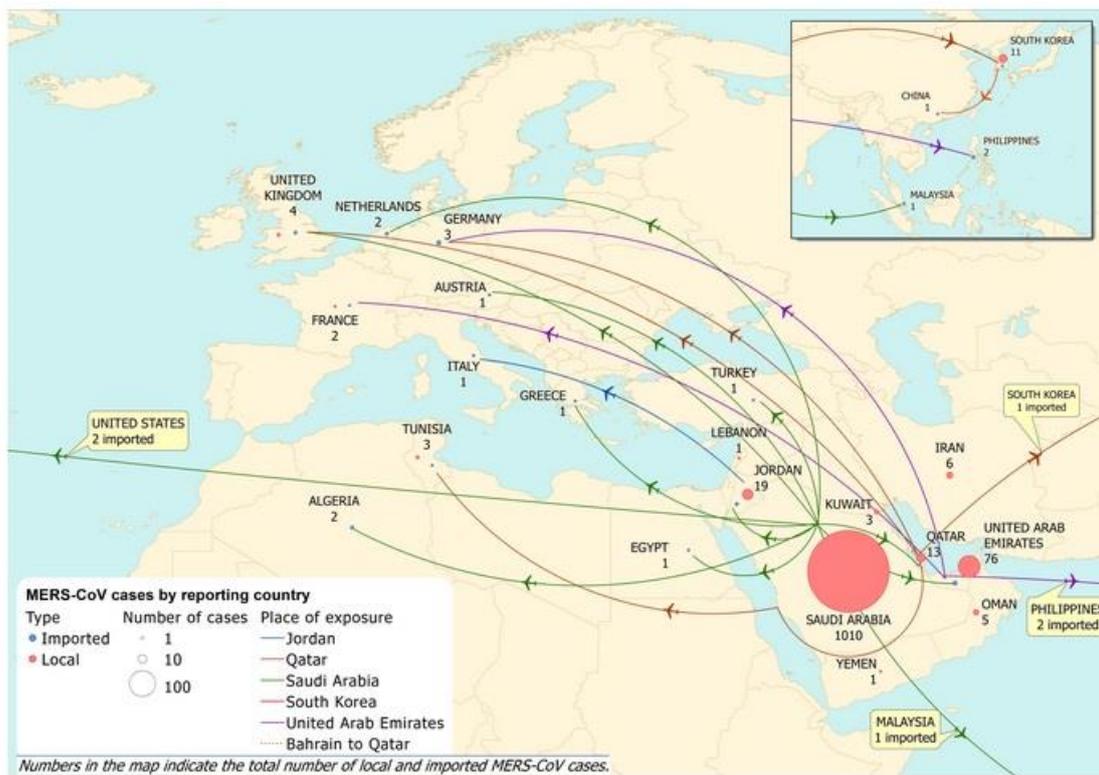
Gambar 3. Perkembangan jumlah jamaah haji dan umrah dari Indonesia berdasarkan tahun Hijriah

(<http://kantorurusanhaji.com/para-pakar-ekonomi-pemasukan-balik-perekonomian-haji-dan-umrah-meningkat-secara-progresif-mencapai-47-milyar-rial-tahun-2020/>)

Penyebaran penyakit menular di antara wilayah yang berbeda adalah fenomena yang melibatkan banyak kompartemen yang berbeda. Untuk mengontrol penyebaran penyakit menular, kita harus memahami bagaimana pengaruh pertumbuhan dan penyebaran penyakit menular tersebut. Banyak faktor yang mempengaruhi dinamika populasi manusia akibat penyakit menular, misalkan perpindahan populasi, gaya hidup, dan meningkatnya perjalanan internasional. Untuk penyakit menular seperti *SARS* dan *MERS-CoV*, faktor perpindahan populasi ini menjadi faktor penting yang mempengaruhi penyebaran penyakit di antara wilayah yang berbeda.

Banyak model matematika yang digunakan untuk melihat dinamika populasi akibat dari penyebaran penyakit menular, seperti yang dilakukan oleh R. M. May dan R. M. Anderson, (1988) dan B. Yong, (2007), yang membahas tentang model HIV, Z. Feng, C. Castillo-Chavez, dan A. F. Capurro, (2000), yang membahas tentang model TBC, dan L. Esteva dan C. Vargas, (1998), yang menganalisis tentang model DBD. Pada penelitian ini akan dikaji suatu model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* yang terjadi antar dua wilayah, yaitu antar wilayah Indonesia (INA) dan Arab Saudi (KSA). Hal ini dilakukan untuk melihat bagaimana perbedaan dinamika populasi pada setiap wilayah yang diakibatkan oleh

perpindahan populasi. Perpindahan populasi yang dimaksud adalah warga negara Indonesia yang akan bepergian ke Arab Saudi sebagai tenaga kerja, jamaah umrah/haji, atau keperluan lain dan warga Arab Saudi yang akan bepergian ke Indonesia dalam rangka bisnis, berlibur, atau lainnya. Model yang digunakan adalah model *Susceptible-Infectious (S-I)* antara populasi manusia pada dua wilayah yang berbeda. Model ini mengasumsikan semua populasi pada kedua wilayah dapat berpindah dari satu wilayah ke wilayah lain.

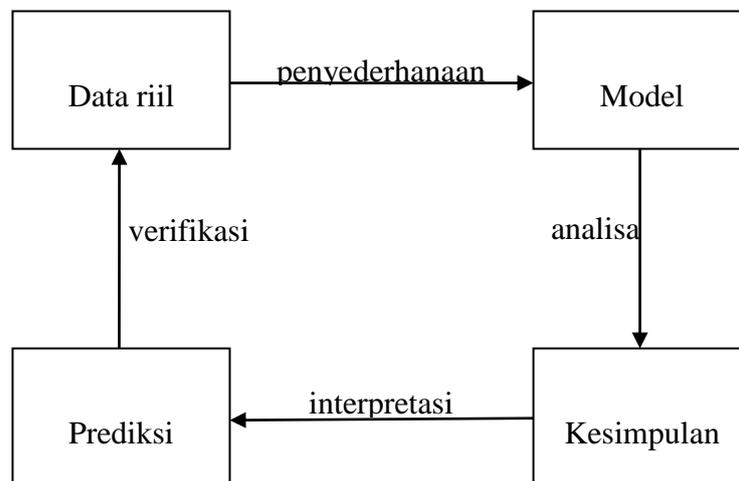


Gambar 4. Perpindahan populasi merupakan faktor penting dalam penyebaran kasus *MERS-CoV* (sumber: ECDC)

Bilangan reproduksi dasar akan dicari untuk menentukan apakah suatu wilayah terjadi endemik atau tidak. Analisis terhadap kondisi ambang batas ini diperlukan untuk mengetahui paramater apa saja yang harus dikontrol agar di dalam populasi tidak terjadi epidemi, khususnya dalam hal ini sebagai antisipasi bagi jamaah umrah/haji asal Indonesia. Harapannya, pengambil kebijakan dapat mempunyai gambaran untuk mengontrol perkembangan penyakit menular *MERS-CoV* ini.

BAB II. TINJAUAN PUSTAKA

Pemodelan matematika adalah proses membangun suatu model matematika untuk menggambarkan dinamika suatu sistem (F. R. Giordano, M. D. Weir, dan W. P. Fox., 2003). Pemodelan matematika selalu terkait dengan bidang-bidang ilmu yang lain, seperti ekonomi, fisika, kimia, dan biologi. Dari data riil dengan beberapa asumsi dan hipotesis yang kita nyatakan dapat dirumuskan menjadi suatu model matematika. Selanjutnya dilakukan analisis pada model itu sehingga diperoleh suatu kesimpulan yang hasilnya berupa penafsiran atau prediksi dari model. Penafsiran atau prediksi ini kemudian diuji terhadap data riil yang telah diketahui. Jika diperlukan, asumsi yang dibuat sebelumnya bisa diubah atau dihilangkan sehingga diperoleh model yang lebih baik.



Gambar 5. Proses pemodelan

Model-model matematika merupakan alat yang berguna untuk mempelajari dinamika penyebaran penyakit menular. Model matematika yang paling populer untuk penyakit menular adalah model *Susceptible-Infected(Infected)-Recovered(Removed) (S-I-R)* (W. O. Kermack dan A.G. McKendrick., 1927). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Kermack and McKendrick pada tahun 1927. Seiring perkembangan jaman, model ini dimodifikasi sesuai dengan sifat-sifat yang ada pada penyakit menular yang kini muncul.

Pada J. Li dan Z. Ma, (2009), model $S-I-R$ dibagi menjadi 3 kompartemen, yaitu:

1. S (kompartemen rentan) : individu rentan yang berpotensi kontak dengan penyakit menular
2. I (kompartemen terinfeksi) : individu yang terinfeksi dengan penyakit menular
3. R (kompartemen pulih) : individu yang pulih dari penyakit menular

Banyaknya individu dalam kompartemen S , I , dan R pada saat t dinotasikan sebagai $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$, sedangkan parameter yang digunakan untuk model $S-I-R$ pada J. Li dan Z. Ma, (2009) adalah β yaitu koefisien perpindahan penyakit dan γ yang merupakan koefisien pemulihan. Beberapa asumsi yang digunakan pada J. Li dan Z. Ma, (2009) adalah:

1. Penyebaran penyakit terjadi dalam wilayah tertutup
2. Populasinya konstan, artinya tidak ada emigrasi atau imigrasi dan juga kelahiran atau kematian dalam populasi tersebut. Jadi jumlah populasinya sebesar K , dengan K konstan untuk setiap t , yaitu $S(t) + I(t) + R(t) = K$
3. Individu pulih mendapatkan imunitas tetap (tidak dapat kembali menjadi individu rentan)
4. Banyaknya individu rentan yang terinfeksi oleh individu terinfeksi per satuan waktu, sebanding dengan jumlah semua individu rentan dengan koefisien perpindahan penyakit β serta banyaknya semua individu terinfeksi adalah $\beta S(t)I(t)$
5. Banyaknya individu pulih dari kompartemen terinfeksi per satuan waktu adalah $\gamma I(t)$

Model $S-I-R$ tersebut dapat dituliskan ke dalam sistem persamaan diferensial tak linear sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= -\beta S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \gamma I(t)\end{aligned}$$

Dua persamaan diferensial awal pada sistem persamaan diferensial ini dapat dituliskan menjadi

$$\frac{\frac{dI(t)}{dt}}{\frac{dS(t)}{dt}} = \frac{\beta S(t)I(t) - \gamma I(t)}{-\beta S(t)I(t)}$$

$$\frac{dI(t)}{dS(t)} = -1 + \frac{\rho}{S(t)}$$

dengan $\rho = \frac{\gamma}{\beta}$. Nilai $R_0 = \frac{S(0)}{\rho}$ ini merupakan bilangan reproduksi dasar. Epidemik akan terjadi pada saat $R_0 > 1$ dan tidak terjadi epidemik pada saat $R_0 < 1$. Bilangan reproduksi dasar ini adalah ambang batas penularan suatu penyakit yang disebabkan oleh individu terinfeksi dalam suatu populasi yang semuanya rentan untuk terinfeksi.

Bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) yang dinotasikan sebagai R_0 adalah nilai harapan banyaknya kasus sekunder yang timbul akibat dari satu kasus primer dalam suatu populasi rentan (O. Diekmann dan J. A. P. Heesterbeek, 2000). Bilangan R_0 ini merupakan suatu kondisi ambang batas untuk menentukan kasus endemik pada populasi manusia. Parameter R_0 mempunyai nilai ambang batas 1, artinya jika $R_0 > 1$ maka di dalam populasi akan terjadi endemik yang ditandai dengan meningkatnya populasi manusia terinfeksi, sedangkan jika $R_0 < 1$ maka di dalam populasi tidak terjadi endemik yang ditandai dengan menurunnya populasi manusia terinfeksi. Bilangan reproduksi dasar dapat ditentukan dengan menggunakan matriks generasi (P. van den Driessche dan J. Watmough, 2002).

Penelitian ini akan membahas model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* yang terjadi antar dua wilayah, misalkan masyarakat Indonesia yang akan bepergian umrah/haji ke Arab Saudi. Karena belum ditemukannya vaksin untuk penyakit menular *MERS-CoV* ini, maka model yang akan digunakan pada penelitian ini adalah model *Susceptible-Infectious (S-I)* antar dua wilayah. Model *S-I* dua wilayah ini merupakan model deterministik yang dapat diperoleh dengan menerjemahkan mekanisme penyebaran penyakit yang disajikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial tak linear.

BAB III. METODE PENELITIAN

Sistematika dari usulan penelitian ini dibagi menjadi beberapa tahap yaitu:

- Tahap 1: Pengumpulan data dan informasi yang relevan dengan *MERS-CoV*, studi pustaka dan pengolahan data
- Tahap 2: Pembentukan asumsi dasar sebagai acuan untuk pembatasan masalah dan pemodelan matematika untuk penyakit menular *MERS-CoV* dengan berbagai skenario model
- Tahap 3: Formulasi masalah dengan deskripsi matematis dan kajian secara analitik terhadap semua model
- Tahap 4: Kajian secara numerik dan interpretasi solusi

Mulai tahap 3 dan 4 akan dilakukan diseminasi hasil-hasil yang diperoleh melalui seminar intern, seminar nasional, maupun seminar internasional.

Adapun luaran penelitian yang direncanakan adalah sebagai berikut:

- Diperoleh model yang sesuai untuk penyakit menular *MERS-CoV* antar dua wilayah dan dapat menggunakan model tersebut untuk menggambarkan dinamika populasi manusia yang sehat dan terinfeksi pada kedua wilayah tersebut
- Publikasi pada jurnal internasional dan/atau jurnal nasional terakreditasi
- Dipresentasikan di seminar/konferensi tingkat nasional atau internasional
- Proposal lanjutan. Proposal lanjutan ini merupakan pengembangan model agar diperoleh deskripsi tentang dinamika populasi yang lebih akurat dan realistis, misalkan dengan pemodelan stokastik dan/atau spasial. Hal lain yang direncanakan adalah melakukan penaksiran parameter pada model dan analisis sensitifitas pada bilangan reproduksi dasar untuk setiap parameter yang terlibat

BAB IV. JADWAL PELAKSANAAN

Kegiatan	Bulan																																																			
	Januari				Februari				Maret				April				Mei				Juni				Juli				Agustus				September				Oktober				November											
	minggu				minggu				minggu				minggu				minggu				minggu				minggu				minggu				minggu				minggu															
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4								
Diskusi Tinjauan Pustaka																																																				
Penyusunan Metode Penelitian																																																				
Pembuatan Program																																																				
Analisis Hasil dan Pembahasan																																																				
Penyusunan Laporan Penelitian																																																				

BAB V. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model yang akan digunakan disini adalah model *Susceptible-Infectious (S-I)* untuk dua wilayah. Model ini merupakan model deterministik yang dapat diperoleh dengan menerjemahkan mekanisme penyebaran penyakit yang disajikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial tak linear. Ada empat kelompok individu yang akan digunakan, yaitu banyaknya populasi rentan asal Indonesia (S_{INA}), banyaknya populasi terinfeksi asal Indonesia (I_{INA}), banyaknya populasi rentan asal Arab Saudi (S_{KSA}), dan banyaknya populasi terinfeksi asal Arab Saudi (I_{KSA}).

Diasumsikan laju perpindahan individu rentan dan terinfeksi dari wilayah Indonesia ke wilayah Arab Saudi lebih besar dibandingkan laju perpindahan individu rentan dan terinfeksi dari wilayah Arab Saudi ke wilayah Indonesia. Hal ini dikarenakan lebih banyak warga negara Indonesia yang pergi ke Arab Saudi untuk umrah/haji. Asumsi lain yang mendasari model ini adalah

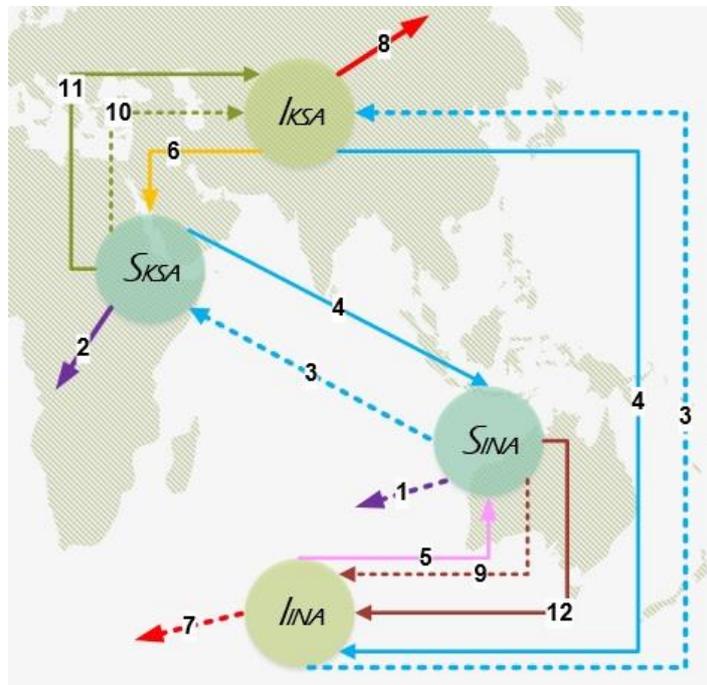
1. Terdapat individu rentan dan terinfeksi pada kedua wilayah
2. Semua individu diasumsikan rentan terkena penyakit
3. Terdapat individu rentan yang meninggal secara alami dan laju individu rentan meninggal secara alami sama untuk kedua wilayah
4. Individu terinfeksi dapat pulih dan kembali menjadi individu rentan
5. Terdapat individu terinfeksi yang dapat meninggal karena penyakit dan laju individu terinfeksi meninggal secara alami sama untuk kedua wilayah
6. Pada saat individu rentan berada dalam perjalanan, tidak terjadi kelahiran maupun kematian
7. Pada saat individu terinfeksi berada dalam perjalanan, tidak terjadi pemulihan pada individu tersebut
8. Semua populasi dapat berpindah dari satu wilayah ke wilayah lain

Karena masa inkubasi virus *MERS-CoV* adalah 5-6 hari, maka satuan waktu (t) dihitung dalam minggu. Parameter yang akan digunakan adalah

- a_1 : banyaknya calon haji/umrah asal Indonesia
- a_2 : banyaknya calon haji/umrah asal Arab Saudi

- b : laju individu rentan yang meninggal secara alami
- c : laju individu terinfeksi yang meninggal karena penyakit, $c > b$
- d : laju individu terinfeksi yang pulih
- β : laju perpindahan penyakit antar individu rentan dan terinfeksi yang berasal dari wilayah yang sama
- α_1 : laju perpindahan individu rentan dan terinfeksi dari wilayah Indonesia ke wilayah Arab Saudi
- α_2 : laju perpindahan individu rentan dan terinfeksi dari wilayah Arab Saudi ke wilayah Indonesia
- ω : laju perpindahan penyakit antar individu rentan dan terinfeksi yang berasal dari wilayah yang berbeda

Berikut ini adalah diagram kompartemen model penyakit menular *MERS-CoV* antar wilayah Indonesia (INA) dan Arab Saudi (KSA).



Gambar 6. Diagram kompartemen model penyakit menular *MERS-CoV* antar wilayah INA dan KSA

Dari diagram kompartemen pada Gambar 6, diperoleh model sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{dS_{INA}(t)}{dt} &= a_1 - \frac{\beta S_{INA}I_{INA}}{S_{INA}+I_{INA}} - (b + \alpha_1) S_{INA} + \alpha_2 S_{KSA} + d I_{INA} - \frac{\omega \alpha_2 S_{KSA} I_{KSA}}{S_{KSA}+I_{KSA}} \\ \frac{dI_{INA}(t)}{dt} &= \frac{\beta S_{INA}I_{INA}}{S_{INA}+I_{INA}} - (c + d + \alpha_1) I_{INA} + \alpha_2 I_{KSA} - \frac{\omega \alpha_2 S_{KSA} I_{KSA}}{S_{KSA}+I_{KSA}} \\ \frac{dS_{KSA}(t)}{dt} &= a_2 - \frac{\beta S_{KSA}I_{KSA}}{S_{KSA}+I_{KSA}} - (b + \alpha_2) S_{KSA} + \alpha_1 S_{INA} + d I_{KSA} - \frac{\omega \alpha_1 S_{INA} I_{INA}}{S_{INA}+I_{INA}} \\ \frac{dI_{KSA}(t)}{dt} &= \frac{\beta S_{KSA}I_{KSA}}{S_{KSA}+I_{KSA}} - (c + d + \alpha_2) I_{KSA} + \alpha_1 I_{INA} - \frac{\omega \alpha_1 S_{INA} I_{INA}}{S_{INA}+I_{INA}}\end{aligned}$$

dengan daerah asal dari variabel-variabel pada model adalah

$$\Omega = \{(S_{INA}, I_{INA}, S_{KSA}, I_{KSA}) \in \mathbb{R}^4 : S_{INA}, I_{INA}, S_{KSA}, I_{KSA} \geq 0\}$$

dan parameter-parameter yang digunakan pada model; $a_1, a_2, b, c, d, \beta, \alpha_1, \alpha_2$, dan ω semuanya positif.

Model ini mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit $E^* = (S_{INA}^*, I_{INA}^*, S_{KSA}^*, I_{KSA}^*)$ dengan

$$S_{INA}^* = \frac{a_1 \alpha_2 + a_2 \alpha_2 + a_1 b}{b (\alpha_1 + \alpha_2 + b)}, S_{KSA}^* = \frac{a_1 \alpha_1 + a_2 \alpha_1 + a_2 b}{b (\alpha_1 + \alpha_2 + b)}, I_{INA}^* = I_{KSA}^* = 0$$

2. Titik kesetimbangan endemik $E^{**} = (S_{INA}^{**}, I_{INA}^{**}, S_{KSA}^{**}, I_{KSA}^{**})$

Bilangan reproduksi dasar R_0 adalah nilai harapan banyaknya kasus sekunder yang timbul akibat dari satu kasus primer dalam suatu populasi rentan (O. Diekmann dan J. A. P. Heesterbeek, 2000). Bilangan R_0 ini merupakan suatu kondisi ambang batas untuk menentukan apakah suatu populasi terjadi endemik atau bebas akan penyakit menular. Diberikan titik keseimbangan bebas penyakit E^* . Bilangan reproduksi dasar akan dicari dengan mencari nilai eigen terbesar dari matriks generasi (P. van den Driessche dan J. Watmough, 2002), ditulis

$$R_0 = \rho(FV^{-1})$$

dengan F adalah laju kemunculan infeksi baru pada kompartemen ke- i di titik E^* dan V adalah laju perpindahan individu yang keluar dari kompartemen ke- i di titik E^* , yaitu

$$F = \left[\frac{\partial \mathcal{F}_i(E^*)}{\partial x_j} \right] = \begin{bmatrix} \beta & \omega \alpha_2 \\ \omega \alpha_1 & \beta \end{bmatrix}$$

dan

$$V = \left[\frac{\partial \mathcal{V}_i(E^*)}{\partial x_j} \right] = \begin{bmatrix} c + d + \alpha_1 & -\alpha_2 \\ -\alpha_1 & c + d + \alpha_2 \end{bmatrix}$$

dimana

$$\mathcal{F}_i(x) = \begin{bmatrix} \frac{\beta S_x I_x}{S_x + I_x} + \frac{\omega \alpha_2 S_y I_y}{S_y + I_y} \\ \frac{\beta S_y I_y}{S_y + I_y} + \frac{\omega \alpha_1 S_x I_x}{S_x + I_x} \\ d I_x \\ d I_y \end{bmatrix}, \mathcal{V}_i(x) = \begin{bmatrix} (c + d + \alpha_1) I_x - \alpha_2 I_y \\ (c + d + \alpha_2) I_y - \alpha_1 I_x \\ -a_1 + \frac{\beta S_x I_x}{S_x + I_x} + b S_x + \alpha_1 S_x - \alpha_2 S_y + \frac{\omega \alpha_2 S_y I_y}{S_y + I_y} \\ -a_2 + \frac{\beta S_y I_y}{S_y + I_y} + b S_y + \alpha_2 S_y - \alpha_1 S_x + \frac{\omega \alpha_1 S_x I_x}{S_x + I_x} \end{bmatrix}$$

Matriks generasi diberikan sebagai berikut

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_2(\alpha_1 \omega + \beta) + \beta(c + d)}{(c + d)(c + d + \alpha_1 + \alpha_2)} & \frac{\alpha_2(\beta + \omega(c + d + \alpha_1))}{(c + d)(c + d + \alpha_1 + \alpha_2)} \\ \frac{\alpha_1(\beta + \omega(c + d + \alpha_2))}{(c + d)(c + d + \alpha_1 + \alpha_2)} & \frac{\alpha_1(\alpha_2 \omega + \beta) + \beta(c + d)}{(c + d)(c + d + \alpha_1 + \alpha_2)} \end{bmatrix}$$

Nilai eigen terbesar dari matriks generasi ini merupakan bilangan reproduksi dasarnya, yaitu

$$R_0 = \frac{\beta(\alpha_1 + \alpha_2 + 2c + 2d) + 2\alpha_1 \alpha_2 \omega + \sqrt{\rho}}{2(\alpha_2 + \alpha_1)(c + d) + (c + d)^2}$$

dengan

$$\rho = \beta^2(\alpha_1 + \alpha_2)^2 + 4\alpha_1 \alpha_2 \omega \left((c + d + \alpha_2)(c + d + \alpha_1) \omega + 2\beta \left(\frac{1}{2} \alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 + c + d \right) \right)$$

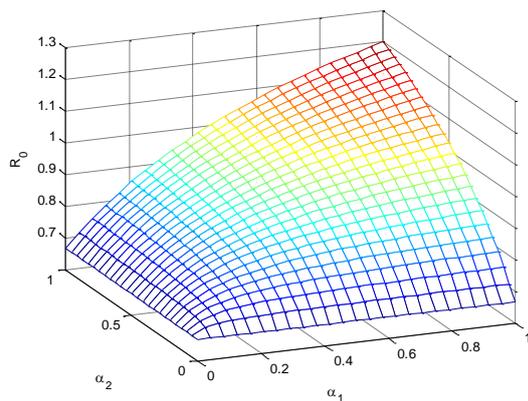
Dapat dilihat bahwa bilangan reproduksi dasar pada model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* bergantung pada parameter-parameter $\beta, \alpha_1, \alpha_2, c, d$, dan ω . Titik E^* bersifat stabil ketika $R_0 < 1$ karena seluruh nilai eigennya bernilai negatif pada titik ini. Kondisi $R_0 < 1$ menyatakan bahwa di dalam populasi tidak terjadi endemik (bebas penyakit *MERS-CoV*). Hal ini ditandai dengan menurunnya populasi manusia terinfeksi dan populasi terinfeksi ini akan menuju punah. Titik E^{**} muncul ketika $R_0 > 1$. Kondisi $R_0 > 1$ menyatakan bahwa populasi tidak terbebas dari penyakit *MERS-CoV*. Hal ini ditandai dengan keberadaan manusia yang masih terinfeksi penyakit ini.

Tabel 1. Keterangan diagram kompartemen model penyakit menular *MERS-CoV* antar wilayah INA dan KSA

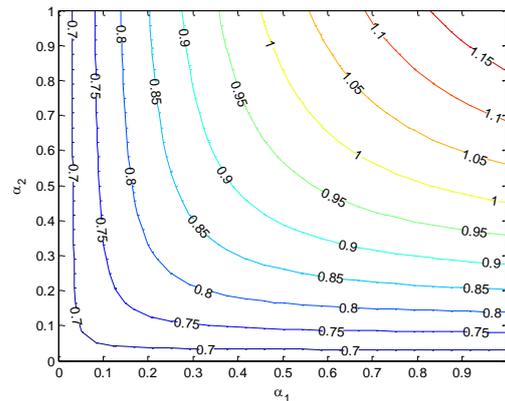
No	Keterangan	Notasi
1	 Banyaknya individu rentan asal Indonesia yang meninggal secara alami	$b S_{INA}$
2	 Banyaknya individu rentan asal Arab Saudi yang meninggal secara alami	$b S_{KSA}$
3	 Banyaknya individu rentan/terinfeksi asal Indonesia yang berpindah ke Arab Saudi (dalam rangka umrah/haji)	$\alpha_1 S_{INA}$
4	 Banyaknya individu rentan/terinfeksi asal Arab Saudi yang berpindah ke Indonesia	$\alpha_2 S_{KSA}$
5	 Banyaknya individu terinfeksi asal Indonesia yang pulih	$d I_{INA}$
6	 Banyaknya individu terinfeksi asal Arab Saudi yang pulih	$d I_{KSA}$
7	 Banyaknya individu terinfeksi asal Indonesia yang meninggal karena penyakit	$c I_{INA}$
8	 Banyaknya individu terinfeksi asal Arab Saudi yang meninggal karena penyakit	$c I_{KSA}$
9	 Banyaknya individu rentan di Indonesia yang terinfeksi oleh individu terinfeksi asal Indonesia	$\frac{\beta S_{INA} I_{INA}}{S_{INA} + I_{INA}}$
10	 Banyaknya individu rentan di Arab Saudi yang terinfeksi oleh individu terinfeksi asal Arab Saudi	$\frac{\beta S_{KSA} I_{KSA}}{S_{KSA} + I_{KSA}}$
11	 Banyaknya individu rentan asal Indonesia yang terinfeksi oleh individu terinfeksi asal Indonesia di wilayah Arab Saudi	$\frac{\omega \alpha_1 S_{INA} I_{INA}}{S_{INA} + I_{INA}}$
12	 Banyaknya individu rentan asal Arab Saudi yang terinfeksi oleh individu terinfeksi asal Arab Saudi di wilayah Indonesia	$\frac{\omega \alpha_2 S_{KSA} I_{KSA}}{S_{KSA} + I_{KSA}}$

Selanjutnya akan disajikan simulasi numerik dari model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV*. Berdasarkan data dari Kementerian Agama Republik Indonesia, rata-rata jumlah jamaah umrah asal Indonesia adalah 195 orang per hari dan rata-rata jumlah haji asal Indonesia adalah 154.000 orang per tahun, sehingga banyaknya calon haji/umrah asal Indonesia per minggu (α_1) adalah sebanyak 4.326 orang. Dari data haji internasional, rata-rata jumlah jamaah haji/umrah asal Arab Saudi adalah 700.000 orang per tahun, sehingga banyaknya calon haji/umrah asal Arab Saudi per minggu (α_2) adalah sebanyak 13.461 orang.

Gambar 7 memperlihatkan plot untuk R_0 dengan α_1 dan α_2 bervariasi sedangkan Gambar 8 menyajikan kontur dari R_0 untuk parameter-parameter $b = 0.01, c = 0.05, d = 0.1, \beta = 0.1,$ dan $\omega = 0.08$. Terlihat bahwa, semakin besar laju perpindahan individu α_1 dan α_2 , maka semakin besar pula bilangan reproduksi dasar R_0 .

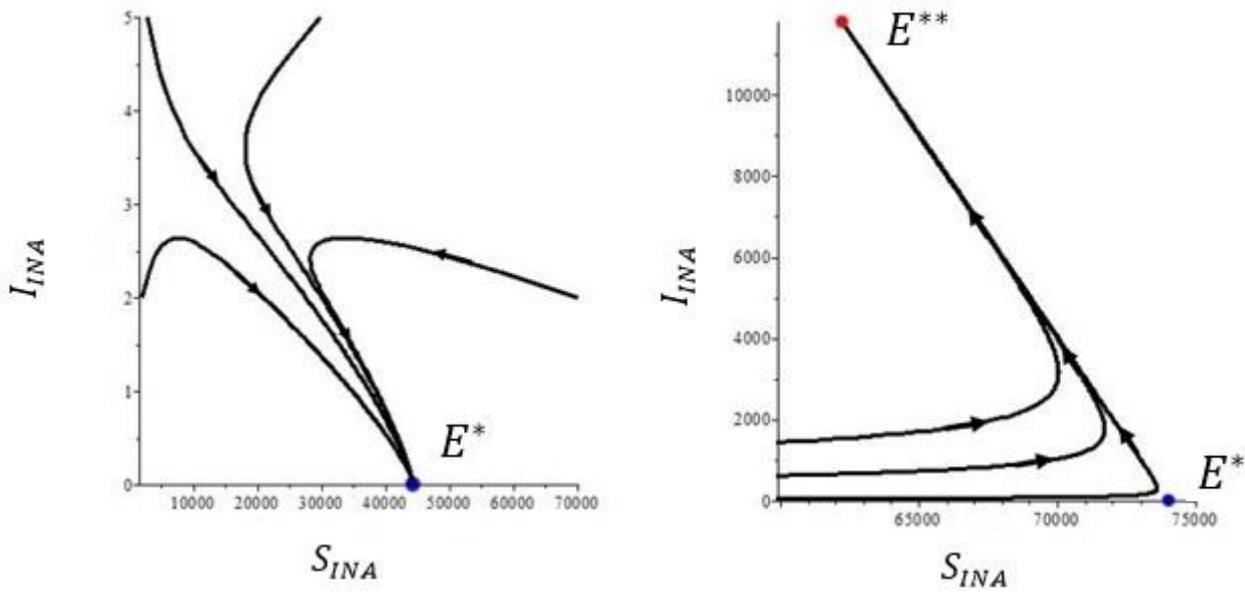


Gambar 7. Plot R_0 dengan variasi α_1 dan α_2



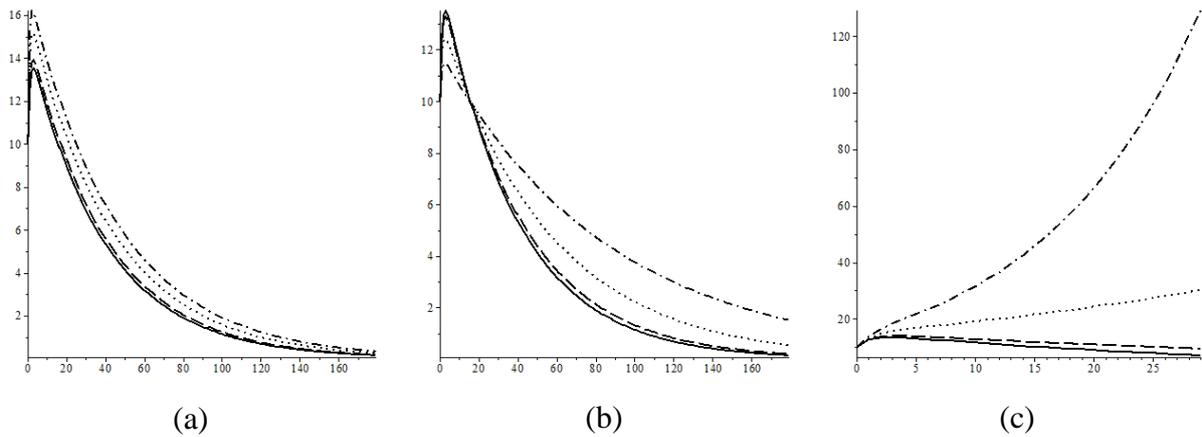
Gambar 8. Kontur dari R_0

Pada Gambar 9 disajikan potret fase model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* untuk populasi asal Indonesia. Simulasi pertama (gambar kiri) dipilih $\alpha_1 = 0,6$ dan $\alpha_2 = 0,2$ untuk memperlihatkan kondisi ketika $R_0 < 1$, sedangkan pada simulasi kedua (gambar kanan) dipilih $\alpha_1 = 0,8$ dan $\alpha_2 = 0,6$ untuk memperlihatkan kondisi ketika $R_0 > 1$. Kedua gambar memperlihatkan secara numerik tentang kestabilan dari titik kesetimbangan E^* dan E^{**} .

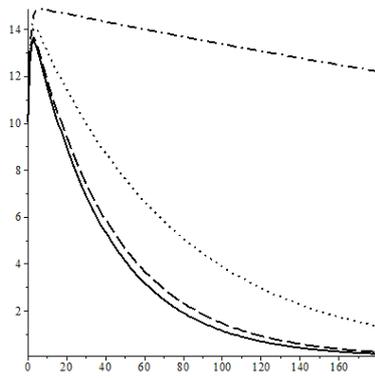


Gambar 9. Potret fase dari model ketika $R_0 < 1$ (Kiri) dan $R_0 > 1$ (Kanan)

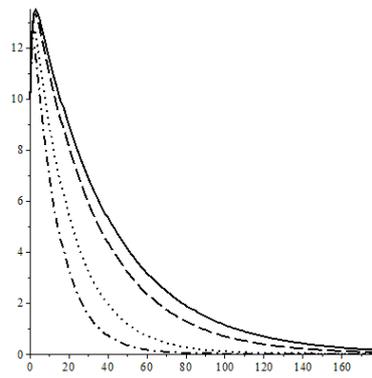
Pada Gambar 10 diperlihatkan pengaruh pada banyaknya individu asal Indonesia yang terinfeksi dengan parameter yang bervariasi untuk kondisi $R_0 < 1$.



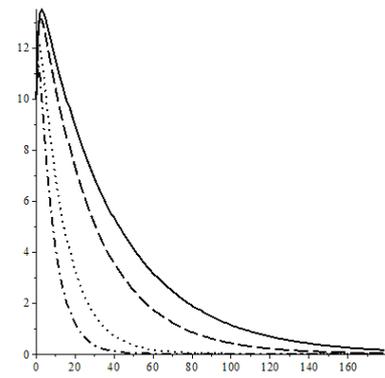
—	awal α_1	—	awal α_2	—	Awal β
- - -	α_1 naik 10%	- - -	α_2 naik 10%	- - -	β naik 10%
.....	α_1 naik 50%	α_2 naik 50%	β naik 50%
- . -	α_1 naik 100%	- . -	α_2 naik 100%	- . -	β naik 100%



(d)



(e)



(f)

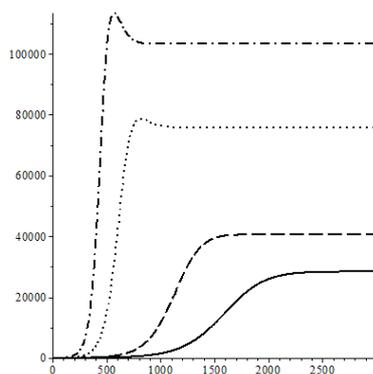
—	awal ω
- - -	ω naik 10%
.....	ω naik 50%
- . -	ω naik 100%

—	awal c
- - -	c naik 10%
.....	c naik 50%
- . -	c naik 100%

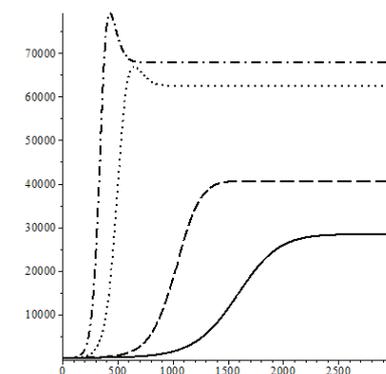
—	awal d
- - -	d naik 10%
.....	d naik 50%
- . -	d naik 100%

Gambar 10. Pengaruh pada I_{INA} sepanjang t (dalam minggu) dengan variasi α_1 (a), α_2 (b), β (c), ω (d), c (e), dan d (f) dengan $\alpha_1 = 0.6, \alpha_2 = 0.2$ ($R_0 < 1$)

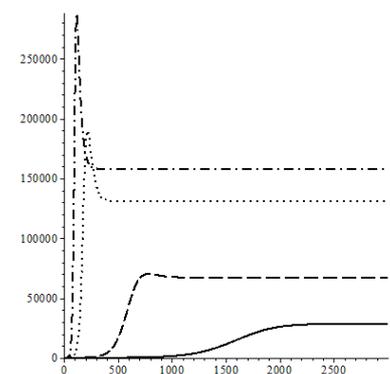
Pada Gambar 11 diperlihatkan pengaruh pada banyaknya individu asal Indonesia yang terinfeksi dengan parameter yang bervariasi untuk kondisi $R_0 > 1$.



(a)



(b)

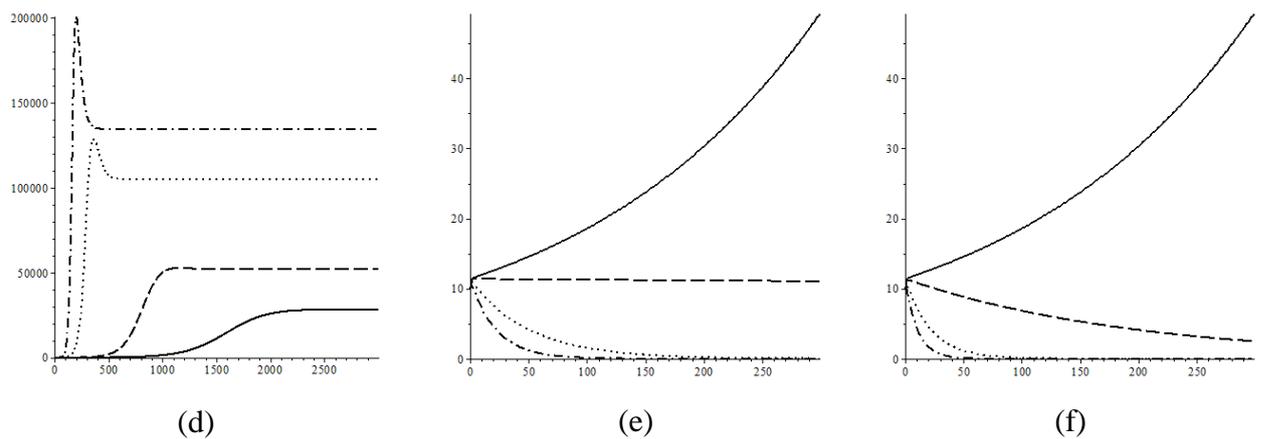


(c)

—	awal α_1
- - -	α_1 naik 10%
.....	α_1 naik 50%
- . -	α_1 naik 100%

—	awal α_2
- - -	α_2 naik 10%
.....	α_2 naik 50%
- . -	α_2 naik 100%

—	awal β
- - -	β naik 10%
.....	β naik 50%
- . -	β naik 100%



————	awal ω	————	awal c	————	awal d
- - - -	ω naik 10%	- - - -	c naik 10%	- - - -	d naik 10%
.....	ω naik 50%	c naik 50%	d naik 50%
- . - .	ω naik 100%	- . - .	c naik 100%	- . - .	d naik 100%

Gambar 11. Pengaruh pada I_{INA} sepanjang t (dalam minggu) dengan variasi α_1 (a), α_2 (b), β (c), ω (d), c (e), dan d (f) dengan $\alpha_1 = 0.8, \alpha_2 = 0.6$ ($R_0 > 1$)

Pada kedua gambar (Gambar 10 dan Gambar 11), terlihat bahwa parameter c dan d mempunyai pengaruh negatif pada model sedangkan parameter-parameter $\beta, \alpha_1, \alpha_2$, dan ω mempunyai pengaruh positif pada model. Pengaruh negatif pada model mempunyai arti ketika parameter itu bertambah nilainya, maka individu yang terinfeksi penyakit *MERS-CoV* akan berkurang banyaknya. Sedangkan pengaruh positif pada model mempunyai arti ketika parameter itu bertambah nilainya, maka individu yang terinfeksi penyakit *MERS-CoV* akan bertambah pula banyaknya. Upaya antisipasi yang tepat untuk mengurangi banyaknya individu yang terinfeksi penyakit menular *MERS-CoV* di Indonesia adalah dengan melakukan kontrol pada parameter-parameter $\beta, \alpha_1, \alpha_2, c, d$, dan ω . Meningkatkan nilai parameter c dan d serta mengurangi nilai parameter $\beta, \alpha_1, \alpha_2$, dan ω dapat mengurangi banyaknya individu yang terinfeksi penyakit menular *MERS-CoV*. Langkah antisipasi inilah yang dapat dilakukan oleh pengambil kebijakan sebagai salah satu upaya untuk mengontrol berkembangnya penyakit menular *MERS-CoV* di Indonesia.

BAB VI. KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini mendiskusikan tentang model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* antar dua wilayah. Model ini menjelaskan dinamika populasi penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* akibat perpindahan individu antar wilayah Indonesia dan Arab Saudi. Model ini memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit yang bersifat stabil ketika $R_0 < 1$ dan titik kesetimbangan endemik yang bersifat stabil ketika $R_0 > 1$. Bilangan reproduksi dasar ditentukan dengan menggunakan matriks generasi. Untuk mengantisipasi penyebaran penyakit menular *MERS-CoV* ke Indonesia, beberapa parameter yang dapat dikontrol adalah β , α_1 , α_2 , c , d , dan ω . Dapat dilihat dari nilai R_0 bahwa parameter laju perpindahan penyakit antar individu rentan dan terinfeksi yang berasal dari wilayah yang sama (β) merupakan parameter yang paling sensitif pada model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV*. Dengan demikian kontrol yang kontinu untuk mengurangi nilai dari parameter ini dapat mencegah kondisi endemik penyakit *MERS-CoV* di Indonesia. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk masalah analisis sensitifitas pada model penyebaran penyakit menular *MERS-CoV*.

DAFTAR PUSTAKA

1. B. Yong, (2007). Model penyebaran HIV dalam sistem penjara, *Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, dan Pengajarannya*, **36(1)**: 31-47
2. F. R. Giordano, M. D. Weir, dan W. P. Fox, (2003). *A First Course in Mathematical Modeling*. Brooks/Cole, USA
3. J. Li dan Z. Ma, (2009). *Dynamical Modeling and Analysis of Epidemics*. World Scientific Publishing, Singapore
4. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, (2013). *Pedoman Umum Kesiapsiagaan Menghadapi Middle East Respiratory Syndrome-Corona Virus (MERS-CoV)*
5. L. Esteva dan C. Vargas, (1998). Analysis of a dengue disease transmission model, *Mathematical Biosciences*, **150(2)**: 131-151
6. O. Diekmann dan J. A. P. Heesterbeek, (2000). *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building, Analysis, and Interpretation*. Chichester: John Wiley and Sons
7. P. van den Driessche dan J. Watmough, (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, **180**: 29-48
8. R. M. May dan R. M. Anderson, (1988). The transmission dynamics of Human Immunodeficiency Virus (HIV), *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, **321(1207)**: 565-607
9. W. O. Kermack dan A. G. McKendrick, (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **115(772)**, 700-721
10. Z. Feng, C. Castillo-Chavez, dan A. F. Capurro, (2000). A model for tuberculosis with exogenous reinfection, *Theoretical Population Biology*, **57**: 235 – 247
11. <http://dunia.tempo.co/read/news/2014/04/28/115573956/Satu-WNI-di-Jeddah-Meninggal-Akibat-MERS-CoV>, diakses 17 Juni 2015
12. <http://islam.about.com/od/muslimcountries/a/population.htm>, diakses 17 Juni 2015
13. <http://www.cdc.gov/mmwr/preview/mmwrhtml/mm6403a4.htm>, diakses 17 Juni 2015
14. http://www.who.int/csr/disease/coronavirus_infections/mers-5-february-2015.pdf?ua=1, diakses 17 Juni 2015
15. <http://www.who.int/csr/don/16-june-2015-mers-korea/en/>, diakses 17 Juni 2015
16. <http://haji.kemenag.go.id/v2/content/data-statistik-jemaah-haji-indonesia-tahun-1949-2014>, diakses 17 Juni 2015
17. <http://haji.kemenag.go.id/v2/content/rata-rata-jemaah-umrah-berangkat-perhari-195-orang>, diakses 17 Juni 2015
18. <http://islam.about.com/od/hajj/tp/Hajj-by-the-Numbers.htm>, diakses 17 Juni 2015
19. <http://kantorurusanhaji.com/para-pakar-ekonomi-pemasukan-balik-perekonomian-haji-dan-umrah-meningkat-secara-progresif-mencapai-47-milyar-rial-tahun-2020/>, diakses 17 Juni 2015